

Задание 17. Финансовая математика: все задания

Остальные задачи

1. Задание

15-го января планируется взять кредит в банке на шесть месяцев в размере 1 млн рублей. Условия его возврата таковы:

- 1-го числа каждого месяца долг увеличивается на r процентов по сравнению с концом предыдущего месяца, где r — целое число;
- со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;
- 15-го числа каждого месяца долг должен составлять некоторую сумму в соответствии со следующей таблицей.

Дата	15.01	15.02	15.03	15.04	15.05	15.06	15.07
Долг (в млн рублей)	1	0,6	0,4	0,3	0,2	0,1	0

Найдите наибольшее значение r , при котором общая сумма выплат будет меньше 1,2 млн рублей.

2. Задание

По бизнес-плану предполагается вложить в четырёхлетний проект целое число млн рублей. По итогам каждого года планируется прирост средств вкладчика на 20% по сравнению с началом года. Начисленные проценты остаются вложенными в проект. Кроме этого, сразу после начислений процентов нужны дополнительные вложения: по 15 млн рублей в первый и второй годы, а также по 10 млн в третий и четвёртый годы.

Найдите наименьший размер первоначальных вложений, при котором общая сумма средств вкладчика к началу третьего года станет больше 110 млн, а к концу проекта — больше 190 млн рублей.

3. Задание

По бизнес-плану предполагается вложить в четырёхлетний проект целое число млн рублей. По итогам каждого года планируется прирост средств вкладчика на 30% по сравнению с началом года. Начисленные проценты остаются вложенными в проект. Кроме этого, сразу после начислений процентов нужны дополнительные вложения: по 20 млн рублей в первый и второй годы, а также по 15 млн в третий и четвёртый годы.

Найдите наименьший размер первоначальных вложений, при котором общая сумма средств вкладчика к началу третьего года станет больше 190 млн, а к концу проекта — больше 360 млн рублей.

4. Задание

По бизнес-плану предполагается вложить в четырёхлетний проект целое число млн рублей. По итогам каждого года планируется прирост средств вкладчика на 10% по сравнению с началом года. Начисленные проценты остаются вложенными в проект. Кроме этого, сразу после начислений процентов нужны дополнительные вложения: по 10 млн рублей в первый и второй годы, а также по 5 млн в третий и четвёртый годы.

Найдите наименьший размер первоначальных вложений, при котором общая сумма средств вкладчика к началу третьего года станет больше 80 млн, а к концу проекта — больше 100 млн рублей.

5. Задание

По бизнес-плану предполагается вложить в четырёхлетний проект целое число млн рублей. По итогам каждого года планируется прирост средств вкладчика на 30% по сравнению с началом года. Начисленные проценты остаются вложенными в проект. Кроме этого, сразу после начислений процентов нужны дополнительные вложения: по 10 млн рублей в первый и второй годы, а также по 9 млн в третий и четвёртый годы.

Найдите наименьший размер первоначальных вложений, при котором общая сумма средств вкладчика к началу третьего года станет больше 140 млн, а к концу проекта — больше 250 млн рублей.

6. Задание

Пенсионный фонд владеет ценными бумагами, которые стоят t^2 тыс. рублей в конце года t ($t = 1; 2; \dots$). В конце любого года пенсионный фонд может продать ценные бумаги и положить деньги на счёт в банке, при этом в конце каждого следующего года сумма на счёте будет увеличиваться в $1 + r$ раз. Пенсионный фонд хочет продать ценные бумаги в конце такого года, чтобы в конце двадцать пятого года сумма на его счёте была наибольшей. Расчёты показали, что для этого ценные бумаги нужно продавать строго в конце двадцать первого года.

При каких положительных значениях r это возможно?

7. Задание

В июле 2019 года планируется взять кредит в банке на три года в размере S млн рублей, где S — целое число. Условия его возврата таковы:

- каждый январь долг увеличивается на 30% по сравнению с концом предыдущего года;
- с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить одним платежом часть долга;
- в июле каждого года долг должен составлять часть кредита в соответствии со следующей таблицей.

Месяц и год	Июль 2019	Июль 2020	Июль 2021	Июль 2022
Долг (в млн рублей)	S	$0,6S$	$0,25S$	0

Найдите наибольшее значение S , при котором каждая из выплат будет меньше 5 млн рублей.

8. Задание

В июле 2019 года планируется взять кредит в банке на три года в размере S млн рублей, где S — целое число. Условия его возврата таковы:

- каждый январь долг увеличивается на 15% по сравнению с концом предыдущего года;
- с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить одним платежом часть долга;
- в июле каждого года долг должен составлять часть кредита в соответствии со следующей таблицей.

Месяц и год	Июль 2019	Июль 2020	Июль 2021	Июль 2022
Долг (в млн рублей)	S	$0,8S$	$0,5S$	0

Найдите наибольшее значение S , при котором каждая из выплат будет меньше 4 млн рублей.

9. Задание

По вкладу «А» банк в течение трёх лет в конце каждого года увеличивает на 12% сумму, имеющуюся на вкладе, а по вкладу «Б» увеличивает эту сумму на 14% в течение каждого из первых двух лет. Какое наименьшее целое число процентов должен начислить банк по вкладу «Б» за третий год, чтобы вклад «Б» оказался выгоднее вклада «А»?

10. Задание

По вкладу «А» банк в течение трёх лет в конце каждого года увеличивает на 12% сумму, имеющуюся на вкладе, а по вкладу «Б» увеличивает эту сумму на 13% в течение каждого из первых двух лет. Какое наименьшее целое число процентов должен начислить банк по вкладу «Б» за третий год, чтобы вклад «Б» оказался выгоднее вклада «А»?

11. Задание

По бизнес-плану предполагается вложить в четырёхлетний проект 20 млн рублей. По итогам каждого года планируется прирост вложенных средств на 13% по сравнению с началом года. Начисленные проценты остаются вложенными в проект. Кроме этого, сразу после начислений процентов нужны дополнительные вложения: целое число n млн рублей в первый и второй годы, а также целое число m млн рублей в третий и четвёртый годы. Найдите наименьшие значения n и m , при которых первоначальные вложения за два года как минимум удвоятся, а за четыре года как минимум утроятся.

12. Задание

По бизнес-плану предполагается вложить в четырёхлетний проект 10 млн рублей. По итогам каждого года планируется прирост вложенных средств на 15% по сравнению с началом года. Начисленные проценты остаются вложенными в проект. Кроме этого, сразу после начислений процентов нужны дополнительные вложения: целое число n млн рублей в первый и второй годы, а также целое число m млн рублей в третий и четвёртый годы. Найдите наименьшие значения n и m , при которых первоначальные вложения за два года как минимум удвоятся, а за четыре года как минимум утроятся.

13. Задание

Андрей планирует 15-го декабря взять в банке кредит на 3 года в размере 1 655 000 рублей. Сотрудник банка предложил Андрею два различных плана погашения кредита, описание которых приведено в таблице.

№ плана	Условия
1	— каждый январь долг возрастает на 10% по сравнению с концом предыдущего года; — с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить одним платежом часть долга; — кредит должен быть полностью погашен за три года тремя равными платежами.
2	— 1-го числа каждого месяца долг возрастает на 1% по сравнению с концом предыдущего месяца; — со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга; — 15-го числа каждого месяца долг с 1-го по 35-й месяц должен быть меньше долга на 15-е число предыдущего месяца на одну и ту же сумму; — к 15-му числу 36-го месяца кредит должен быть полностью погашен.

На сколько рублей меньше окажется общая сумма выплат Андрею банку по более выгодному плану погашения кредита?

14. Задание

Михаил планирует 15-го декабря взять в банке кредит на 3 года в размере 364 000 рублей. Сотрудник банка предложил Михаилу два различных плана погашения кредита, описание которых приведено в таблице.

№ Плана	Условия
1	— каждый январь долг возрастает на 20% по сравнению с концом предыдущего года; — с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить одним платежом часть долга; — кредит должен быть полностью погашен за три года тремя равными платежами.
2	— 1-го числа каждого месяца долг возрастает на 2% по сравнению с концом предыдущего месяца; — со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга; — 15-го числа каждого месяца долг с 1-го по 35-й месяц должен быть меньше долга на 15-е число предыдущего месяца на одну и ту же сумму; — к 15-му числу 36-го месяца кредит должен быть полностью погашен.

На сколько рублей меньше окажется общая сумма выплат Михаила банку по более выгодному плану погашения кредита?

15. Задание

25-го января клиент взял кредит в банке на шесть месяцев в размере 1 млн рублей. Условия его возврата таковы:

- 1-го числа каждого месяца долг увеличивается на 10 процентов по сравнению с концом предыдущего месяца;
- со 2-го по 10-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;
- в случае задержки выплат (от 1 до 14 дней) дополнительно взимаются пени: за каждые просроченные сутки 3% от суммы, которую необходимо выплатить в текущем месяце;
- 25-го числа каждого месяца долг должен составлять некоторую сумму в соответствии со следующей таблицей:

Дата	25.01	25.02	25.03	25.04	25.05	25.06	25.07
Долг (в тыс рублей)	1000	700	500	300	200	100	0

Найдите общую сумму выплат сверх взятого кредита, если известно, что клиент осуществлял выплаты 3 февраля, 15 марта, 10 апреля, 8 мая, 19 июня и 6 июля.

16. Задание

15—го января планируется взять кредит в банке на шесть месяцев в размере 1 млн рублей. Условия его возврата таковы:

- 1—го числа каждого месяца долг увеличивается на r процентов по сравнению с концом предыдущего месяца, где r — целое число;
- со 2—го по 14—е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;
- 15—го числа каждого месяца долг должен составлять некоторую сумму в соответствии со следующей таблицей.

Дата	Долг (в млн рублей)
15.01	1,0
15.02	0,6
15.03	0,4
15.04	0,3
15.05	0,2
15.06	0,1
15.07	0

Найдите наибольшее значение r , при котором общая сумма выплат будет меньше 1,2 млн рублей.

17. Задание

Производство x единиц продукции обходится в $q = x^2 + 8x + 20$ рублей в месяц. При цене 400 рублей за единицу месячная прибыль от продажи этой продукции составляет $400x - q$ рублей. Сколько единиц продукции нужно ежемесячно выпускать для получения максимальной прибыли?

18. Задание

Производство x единиц продукции обходится в $q = x^2 + 6x + 10$ рублей в месяц. При цене 500 рублей за единицу месячная прибыль от продажи этой продукции составляет $500x - q$ рублей. Сколько единиц продукции нужно ежемесячно выпускать для получения максимальной прибыли?

19. Задание

Производство x единиц продукции обходится в $q = x^2 + 4x + 18$ рублей в месяц. При цене 1000 рублей за единицу месячная прибыль от продажи этой продукции составляет $1000x - q$ рублей. Сколько единиц продукции нужно ежемесячно выпускать для получения максимальной прибыли?

20. Задание

Производство x единиц продукции обходится в $q = x^2 + 2x + 14$ рублей в месяц. При цене 2000 рублей за единицу месячная прибыль от продажи этой продукции составляет $2000x - q$ рублей. Сколько единиц продукции нужно ежемесячно выпускать для получения максимальной прибыли?

21. Задание

Производство x единиц продукции обходится в $q = x^2 + 8x + 20$ рублей в месяц. При цене 400 рублей за единицу месячная прибыль от продажи этой продукции составляет $400x - q$ рублей. Сколько единиц продукции нужно ежемесячно выпускать для получения максимальной прибыли?

22. Задание

Производство x единиц продукции обходится в $q = x^2 + 6x + 10$ рублей в месяц. При цене 500 рублей за единицу месячная прибыль от продажи этой продукции составляет $500x - q$ рублей. Сколько единиц продукции нужно ежемесячно выпускать для получения максимальной прибыли?

23. Задание

Производство x единиц продукции обходится в $q = x^2 + 4x + 18$ рублей в месяц. При цене 1000 рублей за единицу месячная прибыль от продажи этой продукции составляет $1000x - q$ рублей. Сколько единиц продукции нужно ежемесячно выпускать для получения максимальной прибыли?

24. Задание

Производство x единиц продукции обходится в $q = x^2 + 2x + 14$ рублей в месяц. При цене 2000 рублей за единицу месячная прибыль от продажи этой продукции составляет $2000x - q$ рублей. Сколько единиц продукции нужно ежемесячно выпускать для получения максимальной прибыли?

25. Задание

В январе 2020 года планируется взять кредит в банке на три года в размере 800 тыс. рублей. Условия его возврата таковы:

- каждый ноябрь долг увеличивается на 20% по сравнению с концом предыдущего года;
- в декабре каждого года необходимо выплатить одним платежом часть долга;
- в январе каждого года долг (в тыс. рублей) должен соответствовать следующей таблице.

Месяц и год	Январь 2020	Январь 2021	Январь 2022	Январь 2023
Долг (в тыс. рублей)	700	600	300	0

Сколько тыс. рублей нужно заплатить по кредиту в декабре 2021 года?

26. Задание

В январе 2020 года планируется взять кредит в банке на три года в размере 800 тыс. рублей. Условия его возврата таковы:

- каждый ноябрь долг увеличивается на 10% по сравнению с концом предыдущего года;
- в декабре каждого года необходимо выплатить одним платежом часть долга;
- в январе каждого года долг (в тыс. рублей) должен соответствовать следующей таблице.

Месяц и год	Январь 2020	Январь 2021	Январь 2022	Январь 2023
Долг (в тыс. рублей)	900	700	400	0

Сколько тыс. рублей нужно заплатить по кредиту в декабре 2021 года?

27. Задание

В январе 2020 года планируется взять кредит в банке на три года в размере 800 тыс. рублей. Условия его возврата таковы:

- каждый ноябрь долг увеличивается на 30% по сравнению с концом предыдущего года;
- в декабре каждого года необходимо выплатить одним платежом часть долга;
- в январе каждого года долг (в тыс. рублей) должен соответствовать следующей таблице.

Месяц и год	Январь 2020	Январь 2021	Январь 2022	Январь 2023
Долг (в тыс. рублей)	500	400	200	0

Сколько тыс. рублей нужно заплатить по кредиту в декабре 2021 года?

28. Задание

В январе 2020 года планируется взять кредит в банке на три года в размере 800 тыс. рублей. Условия его возврата таковы:

- каждый ноябрь долг увеличивается на 25% по сравнению с концом предыдущего года;
- в декабре каждого года необходимо выплатить одним платежом часть долга;
- в январе каждого года долг (в тыс. рублей) должен соответствовать следующей таблице.

Месяц и год	Январь 2020	Январь 2021	Январь 2022	Январь 2023
Долг (в тыс. рублей)	800	600	400	0

Сколько тыс. рублей нужно заплатить по кредиту в декабре 2021 года?

29. Задание

Сумма первых четырёх членов геометрической прогрессии со знаменателем $q = 1,3$ равна 18561. Найдите первый член этой прогрессии.

30. Задание

Сумма первых четырёх членов геометрической прогрессии со знаменателем $q = 1,1$ равна 23205. Найдите первый член этой прогрессии.

31. Задание

Сумма первых четырёх членов геометрической прогрессии со знаменателем $q = 1,25$ равна 9225. Найдите первый член этой прогрессии.

32. Задание

Сумма первых четырёх членов геометрической прогрессии $q = 1,2$ равна 13420. Найдите первый член этой прогрессии.

33. Задание

Сумма первых 30 членов убывающей арифметической прогрессии с разностью $d = -20$ равна 15300. Найдите первый член этой прогрессии.

34. Задание

Сумма первых 10 членов убывающей арифметической прогрессии с разностью $d = -50$ равна 4750. Найдите первый член этой прогрессии.

35. Задание

Сумма первых 50 членов убывающей арифметической прогрессии с разностью $d = -10$ равна 37750. Найдите первый член этой прогрессии.

36. Задание

Сумма первых 20 членов убывающей арифметической прогрессии с разностью $d = -30$ равна 12300. Найдите первый член этой прогрессии.

Задание 17. Финансовая математика: все задания

Решения

Остальные задачи

1. Задание

Решение.

По условию, долг перед банком (в млн рублей) на 15-е число каждого месяца должен уменьшаться до нуля следующим образом:

1; 0, 6; 0, 4; 0, 3; 0, 2; 0, 1; 0.

Пусть $k = 1 + \frac{r}{100}$, тогда долг на 1-е число каждого месяца равен:

k ; 0, 6 k ; 0, 4 k ; 0, 3 k ; 0, 2 k ; 0, 1 k .

Следовательно, выплаты со 2-го по 14-е число каждого месяца составляют:

$k - 0, 6$; 0, 6 $k - 0, 4$; 0, 4 $k - 0, 3$; 0, 3 $k - 0, 2$; 0, 2 $k - 0, 1$; 0, 1 k .

Общая сумма выплат составляет:

$$k(1 + 0, 6 + 0, 4 + 0, 3 + 0, 2 + 0, 1) - (0, 6 + 0, 4 + 0, 3 + 0, 2 + 0, 1) =$$
$$= (k - 1)(1 + 0, 6 + 0, 4 + 0, 3 + 0, 2 + 0, 1) + 1 = 2, 6(k - 1) + 1.$$

По условию, общая сумма выплат будет меньше 1, 2 млн рублей, значит,

$$2, 6(k - 1) + 1 < 1, 2; 2, 6 \cdot \frac{r}{100} + 1 < 1, 2; r < 7 \frac{9}{13}.$$

Наибольшее целое решение этого неравенства — число 7. Значит, искомое число процентов — 7.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ.	3
Верно построена математическая модель, решение сведено к исследованию этой модели и получен результат: – неверный ответ из-за вычислительной ошибки; – верный ответ, но решение недостаточно обосновано.	2
Верно построена математическая модель, решение сведено к исследованию этой модели, при этом решение может быть не завершено.	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше.	0
Максимальный балл	3

2. Задание

Пусть S млн — первоначальные вложения. К началу 2-го года получится $1, 2S + 15$ млн, а к началу 3-го года — $1, 2(1, 2S + 15) + 15 = 1, 44S + 33$. По условию $1, 44S + 33 > 110$ откуда $S > \frac{77}{1, 44} = 53, 4...$

К началу 4-го года имеем $1, 2(1, 44S + 33) + 10$, а в конце проекта —

$$1, 2(1, 2(1, 44S + 33) + 10) + 10 = 2, 0736S + 47, 52 + 22 = 2, 0736S + 69, 52.$$

По условию $2, 0736S + 69, 52 > 190$, откуда $S > \frac{120, 48}{2, 0736} = 58, 1...$

А значит, минимальное возможное целое значение: $S = 59$.

Ответ: 59 млн рублей

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	3
Верно построена математическая модель, решение сведено к исследованию этой модели, получен неверный ответ из-за вычислительной ошибки	2
Верно построена математическая модель, и решение сведено к исследованию этой модели, при этом решение не завершено	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	3

3. Задание

Пусть S млн — первоначальные вложения. К началу 2-го года получится $1,3S + 20$ млн, а к началу 3-го года — $1,3(1,3S + 20) + 20 = 1,69S + 46$. По условию $1,69S + 46 > 190$ откуда $S > \frac{144}{1,69} = 85,2...$

К началу 4-го года имеем $1,3(1,69S + 46) + 15$, а в конце проекта — $1,3(1,3(1,69S + 46) + 15) + 15 = 2,8561S + 77,74 + 34,5 = 2,8561S + 112,24$.

По условию $2,8561S + 112,24 > 360$, откуда $S > \frac{247,76}{2,8561} = 86,7...$

А значит, минимальное возможное целое значение: $S = 87$.

Ответ: 87 млн рублей

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	3
Верно построена математическая модель, решение сведено к исследованию этой модели, получен неверный ответ из-за вычислительной ошибки	2
Верно построена математическая модель, и решение сведено к исследованию этой модели, при этом решение не завершено	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	3

4. Задание

Пусть S млн — первоначальные вложения. К началу 2-го года получится $1,1S + 10$ млн, а к началу 3-го года — $1,1(1,1S + 10) + 10 = 1,21S + 21$. По условию $1,21S + 21 > 80$ откуда $S > \frac{59}{1,21} = 48,7...$

К началу 4-го года имеем $1,1(1,21S + 21) + 5$, а в конце проекта — $1,1(1,1(1,21S + 21) + 5) + 5 = 1,4641S + 25,41 + 10,5 = 1,4641S + 35,91$.

По условию $1,4641S + 35,91 > 100$, откуда $S > \frac{64,09}{1,4641} = 43,7...$

А значит, минимальное возможное целое значение: $S = 49$.

Ответ: 49 млн рублей

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	3
Верно построена математическая модель, решение сведено к исследованию этой модели, получен неверный ответ из-за вычислительной ошибки	2
Верно построена математическая модель, и решение сведено к исследованию этой модели, при этом решение не завершено	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	3

5. Задание

Пусть S млн — первоначальные вложения. К началу 2-го года получится $1,3S + 10$ млн, а к началу 3-го года — $1,3(1,3S + 10) + 10 = 1,69S + 23$. По условию $1,69S + 23 > 140$ откуда $S > \frac{117}{1,69} = 69,23\dots$

К началу 4-го года имеем $1,3(1,69S + 23) + 9$, а в конце проекта — $1,3(1,3(1,69S + 23) + 9) + 9 = 2,8561S + 38,87 + 20,7 = 2,8561S + 59,57$.

По условию $2,8561S + 59,57 > 250$, откуда $S > \frac{190,43}{2,8561} = 66,67\dots$

А значит, минимальное возможное целое значение: $S = 70$.

Ответ: 70 млн рублей

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	3
Верно построена математическая модель, решение сведено к исследованию этой модели, получен неверный ответ из-за вычислительной ошибки	2
Верно построена математическая модель, и решение сведено к исследованию этой модели, при этом решение не завершено	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	3

7. Задание

В январе 2020 года долг будет составлять $1,3S$ млн рублей, а в июле 2020 года — $0,6S$ млн рублей. Значит, выплата в 2020 году составит $0,7S$ млн рублей.

В январе 2021 года долг будет составлять $1,3 \cdot 0,6S = 0,78S$ млн рублей, а в июле 2021 года — $0,25S$ млн рублей. Значит, выплата в 2021 году составит $0,53S$ млн рублей.

В январе 2022 года долг перед банком составит $1,3 \cdot 0,25S = 0,325S$ млн рублей, а в июле — 0 рублей. Значит, выплата в 2022 году составит $0,325S$ млн рублей.

Решим систему:

$$\begin{cases} 0,7S < 5, \\ 0,53S < 5, \\ 0,325S < 5, \end{cases}$$

откуда $S < \frac{50}{7}$.

Наибольшее целое решение этой системы — 7.

Ответ: 7.

8. Задание

В январе 2020 года долг будет составлять $1,15S$ млн рублей, а в июле 2020 года — $0,8S$ млн рублей. Значит, выплата в 2020 году составит $0,35S$ млн рублей.

В январе 2021 года долг будет составлять $1,15 \cdot 0,8S = 0,92S$ млн рублей, а в июле 2021 года — $0,5S$ млн рублей. Значит, выплата в 2021 году составит $0,42S$ млн рублей.

В январе 2022 года долг перед банком составит $1,15 \cdot 0,5S = 0,575S$ млн рублей, а в июле — 0 рублей. Значит, выплата в 2022 году составит $0,575S$ млн рублей.

Решим систему:

$$\begin{cases} 0,35S < 4, \\ 0,42S < 4, \\ 0,575S < 4, \end{cases}$$

откуда $S < \frac{4}{0,575} = \frac{160}{23} = 6\frac{22}{23}$.

Наибольшее целое решение этой системы — 6.

Ответ: 6.

9. Задание

Пусть на каждый вклад была внесена сумма S . На вкладе «А» каждый год сумма увеличивается на 12%, то есть в 1,12 раза. Тогда через три года сумма на вкладе «А» будет равна $1,12^3S = 1,404928S$.

Аналогично на вкладе «Б» сумма через три года будет равна

$$1,14^2 \left(1 + \frac{n}{100}\right) S = 1,2996 \left(1 + \frac{n}{100}\right) S,$$

где n — натуральное число процентов.

По условию требуется найти наименьшее целое решение неравенства

$$1,2996 \left(1 + \frac{n}{100}\right) S > 1,404928S;$$

$$n > \frac{1404928 - 1299600}{12996} = 8\frac{340}{3249}.$$

Следовательно, $n = 9$.

Ответ: 9.

10. Задание

Пусть на каждый вклад была внесена сумма S . На вкладе «А» каждый год сумма увеличивается на 12%, то есть в 1,12 раза. Тогда через три года сумма на вкладе «А» будет равна $1,12^3 S = 1,404928S$.

Аналогично на вкладе «Б» сумма через три года будет равна

$$1,12^2 \left(1 + \frac{n}{100}\right) S = 1,2769 \left(1 + \frac{n}{100}\right) S,$$

где n — натуральное число процентов.

По условию требуется найти наименьшее целое решение неравенства

$$1,2769 \left(1 + \frac{n}{100}\right) S > 1,404928S;$$

$$n > \frac{1404928 - 1276900}{12769} = 10 \frac{338}{12769}.$$

Следовательно, $n = 11$.

Ответ: 11.

11. Задание

К началу 2-го года получится $1,13 \cdot 20 + n = 22,6 + n$ млн рублей, а к началу 3-го года —

$$1,13(22,6 + n) + n = 25,538 + 2,13n.$$

По условию $25,538 + 2,13n \geq 40$. Наименьшее целое решение: $n = 7$, так как при $n = 6$ неравенство уже не выполняется.

К началу 4-го года имеем $1,13 \cdot 40,448 + m$ млн рублей, а в конце проекта —

$$1,13(1,13 \cdot 40,448 + m) + m = 1,2769 \cdot 40,448 + 2,13m = 51,6480512 + 2,13m.$$

По условию $51,6480512 + 2,13m \geq 60$. Наименьшее целое решение: $m = 4$.

Ответ: 7 и 4 млн руб.

12. Задание

К началу 2-го года получится $1,15 \cdot 10 + n = 11,5 + n$ млн рублей, а к началу 3-го года —

$$1,15(11,5 + n) + n = 13,225 + 2,15n.$$

По условию $13,225 + 2,15n \geq 20$. Наименьшее целое решение: $n = 4$. Тогда к началу 3-го года получится

$$13,225 + 8,6 = 21,825 \text{ млн.}$$

К началу 4-го года имеем $1,15 \cdot 21,825 + m$ млн рублей, а в конце проекта —

$$1,15(1,15 \cdot 21,825 + m) + m = 1,3225 \cdot 21,825 + 2,15m = 28,8635625 + 2,15m.$$

По условию $28,8635625 + 2,15m \geq 30$. Получаем, что $m = 1$ — наименьшее целое решение.

Ответ: 4 и 1 млн руб.

13. Задание**Решение.**

Пусть X рублей — ежегодный платёж Андрея по плану 1.

Тогда

$$((1\,655\,000 \cdot 1,1 - X) \cdot 1,1 - X) \cdot 1,1 - X = 0.$$

Отсюда получаем

$$X = \frac{1\,655\,000 \cdot 1,1^3}{1,1^2 + 1,1 + 1} = \frac{1\,655\,000 \cdot 1,331}{3,31} = 665\,500.$$

Значит, по плану 1 Андрей заплатит банку всего $665\,000 \cdot 3 = 1\,996\,500$ рублей.

Платежи Андрея по плану 2 составят:

$$Y_1 = \frac{1\,655\,000}{36} + 0,01 \cdot 1\,655\,000;$$

$$Y_2 = \frac{1\,655\,000}{36} + 0,01 \cdot \frac{35}{36} \cdot 1\,655\,000;$$

...

$$Y_{36} = \frac{1\,655\,000}{36} + 0,01 \cdot \frac{1}{36} \cdot 1\,655\,000.$$

Тогда всего Андрей заплатит банку по плану 2:

$$Y_1 + Y_2 + \dots + Y_{36} = 1\,655\,000 + 16\,550 \left(1 + \frac{35}{36} + \dots + \frac{1}{36}\right) = 1\,961\,175 \text{ рублей.}$$

Значит, по плану 2 общая сумма выплат Андрея банку меньше на

$$1\,996\,500 - 1\,961\,175 = 35\,325 \text{ рублей.}$$

Ответ:

35 325

14. Задание

Решение.

Пусть X рублей — ежегодный платёж Михаила по плану 1.

Тогда

$$((364\,000 \cdot 1,2 - X) \cdot 1,2 - X) \cdot 1,2 - X = 0.$$

Отсюда получаем

$$X = \frac{364\,000 \cdot 1,2^3}{1,2^2 + 1,2 + 1} = \frac{364\,000 \cdot 1,728}{3,64} = 172\,800.$$

Значит, по плану 1 Михаил заплатит банку всего $172\,800 \cdot 3 = 518\,400$ рублей.

Платежи Михаил по плану 2 составят:

$$Y_1 = \frac{364\,000}{36} + 0,02 \cdot 364\,000;$$

$$Y_2 = \frac{364\,000}{36} + 0,02 \cdot \frac{35}{36} \cdot 364\,000;$$

...

$$Y_{36} = \frac{364\,000}{36} + 0,02 \cdot \frac{1}{36} \cdot 364\,000.$$

Тогда всего Михаил заплатит банку по плану 2:

$$Y_1 + Y_2 + \dots + Y_{36} = 364\,000 + 7\,280 \left(1 + \frac{35}{36} + \dots + \frac{1}{36}\right) = 498\,680 \text{ рублей.}$$

Значит, по плану 2 общая сумма выплат Михаила банку меньше на

$$518\,400 - 498\,680 = 19\,720 \text{ рублей.}$$

Ответ:

19 720

15. Задание

Получается, что пени могут быть найдены по формуле: $A \cdot 0,03 \cdot k$, где A — сумма платежа в текущем месяце, а k — количество дней просрочки.

График погашения кредита

Месяц	Долг 1-го числа(тыс. руб)	Плановый платеж 2-10 дня (тыс. руб)	Дней просрочки	Пени (тыс. руб)	Долг 25 числа (тыс. руб)
январь	—	—	—	—	1000
февраль	1100	400	0	0	700
март	770	270	5	$270 \cdot 0,03 \cdot 5$	500
апрель	550	250	0	0	300
май	330	130	0	0	200
июнь	220	120	9	$120 \cdot 0,03 \cdot 9$	100
июль	110	110	0	0	0

Полная сумма выплат может быть найдена сложением значений столбцов “плановый платеж” и “пени”:

$$400 + 270 + 250 + 130 + 120 + 110 + 2 + 40,5 + 32,4 = 1352,9 \text{ (тыс. рублей)}$$

Значит переплата составила 352,9 тыс. рублей.

Ответ: 352,9 тыс. рублей.

16. Задание

По условию, долг перед банком (в млн рублей) на 15—е число каждого месяца должен уменьшаться до нуля следующим образом:

1; 0,6; 0,4; 0,3; 0,2; 0,1; 0.

Пусть $k = 1 + \frac{r}{100}$, тогда долг на 1—е число каждого месяца равен:

$k; 0,6k; 0,4k; 0,3k; 0,2k; 0,1k$.

Следовательно, выплаты со 2—го по 14—е число каждого месяца составляют:

$k - 0,6; 0,6k - 0,4; 0,4k - 0,3; 0,3k - 0,2; 0,2k - 0,1; 0,1k$.

Общая сумма выплат составляет:

$$k(1 + 0,6 + 0,4 + 0,3 + 0,2 + 0,1) - (0,6 + 0,4 + 0,3 + 0,2 + 0,1) = \\ = (k - 1)(1 + 0,6 + 0,4 + 0,3 + 0,2 + 0,1) + 1 = 2,6(k - 1) + 1.$$

По условию, общая сумма выплат будет меньше 1,2 млн рублей, значит,

$$2,6(k - 1) + 1 < 1,2; 2,6 \cdot \frac{r}{100} + 1 < 1,2; r < 7\frac{9}{13}.$$

Наибольшее целое решение этого неравенства — число 7. Значит, искомое число процентов — 7.

Задание 17. Финансовая математика: все задания**Ответы****Остальные задачи**

17.	196
18.	247
19.	498
20.	999
21.	196
22.	247
23.	498
24.	999
25.	320
26.	370
27.	320
28.	350
29.	3000
30.	5000
31.	1600
32.	2500
33.	800
34.	700
35.	1000
36.	900